

# N7 Équations



g5.re/fdc



g5.re/um8



g5.re/4z2

## 1 Notion d'équation

**Définition 1** Une **équation** à une inconnue est une égalité entre deux expressions littérales (deux membres) comportant une ou plusieurs fois la même lettre.

### Exemple 1 :

L'égalité  $4x - 11 = 37$  est une **équation**.

Elle comporte deux **membres** : le membre de gauche  $4x - 11$  et le membre de droite  $37$ . Ces deux expressions sont séparées par le symbole « = ».

L'inconnue est notée à l'aide de la lettre «  $x$  » et est présente dans le membre de gauche.

**Définition 2** Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue vérifiant l'égalité. Ces valeurs sont appelées « **solutions** » de l'équation.

### Exemple 2 :

On considère l'équation  $3x + 4 = -11$ .

- ▶ Quand  $x$  est égal à  $2$ , l'égalité n'est pas vérifiée puisque  $3 \times 2 + 4 = 10$  et non  $-11$ .
- ▶ Mais, quand  $x = -5$ , l'égalité est vérifiée puisque  $3 \times (-5) + 4 = -15 + 4 = -11$

On admet que cette équation n'admet qu'une seule solution.

On dit que  $-5$  est la solution de cette équation.

## 2 Résoudre une équation

### A Technique de résolution

**Propriété 1** Une égalité reste vraie quand on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres de l'égalité.

**Exemples 1** : On souhaite résoudre ces deux équations.

$$x + 8 = 19$$

$$x + 8 - 8 = 19 - 8$$

$$x = 11$$

11 est la solution de l'équation  $x + 8 = 19$ .

$$x - 7 = -8$$

$$x - 7 + 7 = -8 + 7$$

$$x = -1$$

$-1$  est la solution de l'équation  $x - 7 = -8$ .

→ On isole le terme  $x$ .

→ On simplifie.

→ On donne la solution.

**Propriété 2** Une égalité reste vraie quand on multiplie ou divise les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.

**Exemples 2 :** On souhaite résoudre ces deux équations.

$4x = 18$	$\frac{x}{3} = 2,5$	
$4x \div 4 = 18 \div 4$	$\frac{x}{3} \times 3 = 2,5 \times 3$	→ On isole le terme $x$ .
$x = 4,5$	$x = 7,5$	→ On simplifie.
4,5 est la solution de l'équation $4x = 18$ .	7,5 est la solution de l'équation $\frac{x}{3} = 2,5$ .	→ On donne la solution.

**Propriété 3** Pour résoudre une équation, on isole l'inconnue dans un membre, en utilisant les deux propriétés précédentes.



**Exemple 3 :** On souhaite résoudre cette équation.

$-3x + 5 = 12$	
$-3x + 5 - 5 = 12 - 5$	→ On soustrait 5 aux deux membres en appliquant la propriété 1.
$-3x = 7$	→ On réduit.
$\frac{-3x}{-3} = \frac{7}{-3}$	→ On divise par -3 les deux membres en appliquant la propriété 2.
$x = -\frac{7}{3}$	→ On réduit.

$-\frac{7}{3}$  est la solution de l'équation  $-3x + 5 = 12$ .

**Remarque :** Quand on a déterminé la solution de l'équation, il est prudent d'effectuer une vérification en remplaçant l'inconnue par la valeur trouvée.

► On remplace  $x$  par  $-\frac{7}{3}$  dans le membre de gauche de l'équation  $-3x + 5 = 12$  :

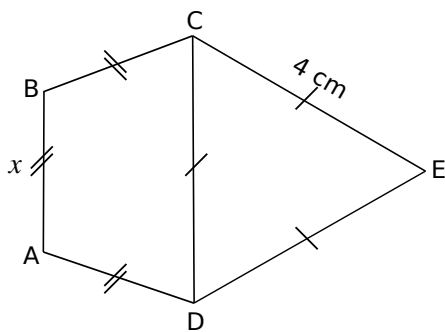
$$-3 \times \left(-\frac{7}{3}\right) + 5 = 7 + 5 = 12$$

Comme on obtient le membre de droite,  $-\frac{7}{3}$  est bien solution de l'équation  $-3x + 5 = 12$ .



## B Résolution de problème

**Exemple :** On considère cette figure où le périmètre du triangle équilatéral CDE et celui du quadrilatère ABCD sont égaux. On souhaite déterminer la longueur du côté [AB].



- Le périmètre de CDE est égal à 12 cm.  
On note  $x$  la longueur du côté [AB] en centimètres.  
Le périmètre de ABCD est donc égal à  $3x + 4$ .  
Dire que les deux périmètres sont égaux revient donc à chercher la valeur de  $x$  vérifiant l'égalité  $3x + 4 = 12$ .  
Il faut donc résoudre l'équation  $3x + 4 = 12$ .  
On dit qu'on a mis le problème en équation.

► On résout l'équation  $3x + 4 = 12$ .

$$\begin{aligned}
 3x + 4 &= 12 \\
 3x + 4 - 4 &= 12 - 4 \\
 3x &= 8 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{8}{3} \\
 \text{donc } x &= \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

**Vérification :**

$3x + 4$	
$= 3 \times \frac{8}{3} + 4$	→ On remplace $x$ par $\frac{8}{3}$ dans le membre de gauche.
$= 8 + 4$	→ On calcule.
$= 12$	→ On obtient le membre de droite 12.

► Les deux périmètres sont donc égaux quand la longueur du segment [AB] est égale à  $\frac{8}{3}$  cm.

**1** Relie chaque équation de gauche à sa solution de droite.

$3x + 1 = -2$	•	•	1
$3x - 1 = -2$	•	•	$\frac{2}{3}$
$3x = 2$	•	•	$\frac{1}{3}$
$3x - 1 = 2$	•	•	$-\frac{1}{3}$
$3x + 1 = 2$	•	•	-1

**2** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$2x + 3 = 3x + 7$	•	•	-4
$2x + 3 = -3x + 7$	•	•	-0,8
$2x - 3 = -3x + 7$	•	•	0
$2x - 3 = -3x - 7$	•	•	0,8
$2x - 3 = 3x - 7$	•	•	2
$2x = 3x$	•	•	4

**3** Le nombre 3 est-il solution de chacune de ces équations ?

<b>a.</b> $4x + 2 = 5$	<b>b.</b> $7 - 5x = -8$	<b>c.</b> $1,5x - 4,5 = 0$
..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....	..... ..... ..... .....

**4** Le nombre -2 est-il solution de chacune de ces équations ?

<p style="text-align: center;"><b>a.</b> <math>7x - 3 = 6x - 5</math></p> <p>Pour <math>x = -2</math>, on calcule :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• d'une part, <math>7x - 3</math></li> <li style="margin-left: 20px;">= .....</li> <li>• d'autre part, <math>6x - 5</math></li> <li style="margin-left: 20px;">= .....</li> </ul> <p>Ces résultats sont .....</p> <p>donc -2 .....</p>	<p style="text-align: center;"><b>b.</b> <math>4x - 7 = 7x + 1</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p style="text-align: center;"><b>c.</b> <math>-2,7x + 5 = 3,3x - 6,2</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	---	--

**5 a.** Complète les tableaux de valeurs suivants.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$3 - 6x$								

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$7 - 2x$								

**b.** En t'aidant de ces tableaux, indique si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

- |  |   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• 0 est solution de <math>3 - 6x = 3</math>                      V    F</li> <li>• -3 est solution de <math>3 - 6x = -15</math>                V    F</li> <li>• -2 est solution de <math>7 - 2x = 1</math>                    V    F</li> <li>• 1 est solution de <math>7 - 2x = 5</math>                      V    F</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 est solution de <math>3 - 6x = 7 - 2x</math>                V    F</li> <li>car .....</li> <li>• -1 est solution de <math>3 - 6x = 7 - 2x</math>                V    F</li> <li>car .....</li> </ul> |
|--|---|

# N7 Fiche 2 : tester une égalité (2)

1 Le nombre 4 est-il solution de chacune des équations ?

<p><b>a.</b> <math>5x - 6 = 3x + 2</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p><b>b.</b> <math>x^2 - 9 = 3x - 5</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p><b>c.</b> <math>\frac{x - 1}{12} = \frac{1}{4}</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--	--

2 **Tableur** À l'aide du tableur, complète la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B			
1	x	$x^2 + x - 2$	12	0	
2	-5		13	0,5	
3	-4,5		14	1	
4	-4		15	1,5	
5	-3,5		16	2	
6	-3		17	2,5	
7	-2,5		18	3	
8	-2		19	3,5	
9	-1,5		20	4	
10	-1		21	4,5	
11	-0,5		22	5	

On souhaite résoudre l'équation d'inconnue  $x$  :  
 $x^2 + x - 2 = 4$ .

a. Margot dit que le nombre 2 est solution. A-t-elle raison ? Justifie.

.....

.....

.....

b. Léo pense que le nombre 18 est solution. A-t-il raison ? Justifie.

.....

.....

.....

c. Peut-on trouver une autre solution ? Justifie.

.....

.....

.....

3 **Tableur** Dans la feuille de calcul ci-dessous, la colonne B donne les valeurs de l'expression  $2x^2 - 3x - 9$  pour des valeurs de  $x$  de la colonne A.

	A	B			
1	x	$2x^2 - 3x - 9$	10	1,5	-9
2	-2,5	11	11	2	-7
3	-2	5	12	2,5	-4
4	-1,5	0	13	3	0
5	-1	-4	14	3,5	5
6	-0,5	-7	15	4	11
7	0	-9	16	4,5	18
8	0,5	-10	17	5	26
9	1	-10	18		

a. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A18, quelle valeur va-t-on obtenir dans la cellule B18 ?

.....

.....

.....

b. À l'aide du tableur, trouve deux solutions de l'équation :  $2x^2 - 3x - 9 = 0$ .

.....

.....

.....

**1** Résous chaque équation.

<b>a.</b> $x + 2 = 0$	<b>b.</b> $-3 + x = 0$	<b>c.</b> $-9 + x = -4$	<b>d.</b> $7 - x = -2$	<b>e.</b> $2 - x = 10$
-----------------------	------------------------	-------------------------	------------------------	------------------------



**2** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

<b>a.</b> $2x = 7$	<b>b.</b> $7x = -2$	<b>c.</b> $-3x = 4$	<b>d.</b> $-9x = -45$	<b>e.</b> $11x = 44$
--------------------	---------------------	---------------------	-----------------------	----------------------



**3** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

<b>a.</b> $2x + 9 = 0$	<b>b.</b> $5 - 4x = 0$	<b>c.</b> $6x - 7 = 0$	<b>d.</b> $-8 - 3x = 0$
<b>e.</b> $6x + 42 = 0$	<b>f.</b> $5 - 2,5x = 0$	<b>g.</b> $7x - 1 = 0$	<b>h.</b> $-8x - 8 = 0$



**4** Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

<b>a.</b> $2x + 9 = 5$	<b>b.</b> $5 - 4x = 1$	<b>c.</b> $6x - 7 = 4$	<b>d.</b> $-8 - 3x = 2$
<b>e.</b> $6x + 8 = 1$	<b>f.</b> $-5 + 7x = -5$	<b>g.</b> $4 - 0,1x = -6$	<b>h.</b> $-5,5 - 3x = -7,5$



**1** Un sac de 250 billes rouges et noires contient 18 billes rouges de plus que de billes noires. Combien de billes de chaque couleur contient-il ? On désigne par  $x$  le nombre de billes noires.

**a.** Exprime en fonction de  $x$ ...

- le nombre de billes rouges :

.....

- le nombre total de billes :

**b.** Écris une équation qui correspond à la résolution du problème, puis résous-la.

.....

.....

.....

**c.** Conclues en donnant le nombre de billes de chaque couleur.

.....

.....

.....

**2** Martin a 30 ans de plus que son fils. Dans 5 ans, Martin aura le double de l'âge de son fils. Quel âge a Martin ? Quel est l'âge de son fils ?

**a.** On désigne par  $x$  l'âge du fils. Complète le tableau avec des âges exprimés en fonction de  $x$ .

	Martin	Fils de Martin
Âge actuel		
Âge dans 5 ans		

**b.** Écris une équation qui traduit le texte, résous-la et conclus.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**3** Ma tirelire contient 200 pièces, les unes de 0,20 € et les autres de 0,50 €, pour un total de 52,30 €.

Combien de pièces de chaque sorte contient ma tirelire ?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**4** Dans une assemblée de 500 personnes, il y a deux fois plus de Belges que de Luxembourgeois, et 48 Néerlandais de plus que de Luxembourgeois. Quelle est la composition de l'assemblée ? On désigne par  $x$  le nombre de Luxembourgeois.

**a.** Exprime en fonction du nombre  $x$ ...

- le nombre de Belges : .....
- le nombre de Néerlandais : .....
- le nombre total de personnes :

**b.** Écris une équation qui traduit que le nombre total de personnes est 500, puis résous-la.

.....

.....

.....

**c.** Quelle est la composition de cette assemblée ?

.....

.....

.....

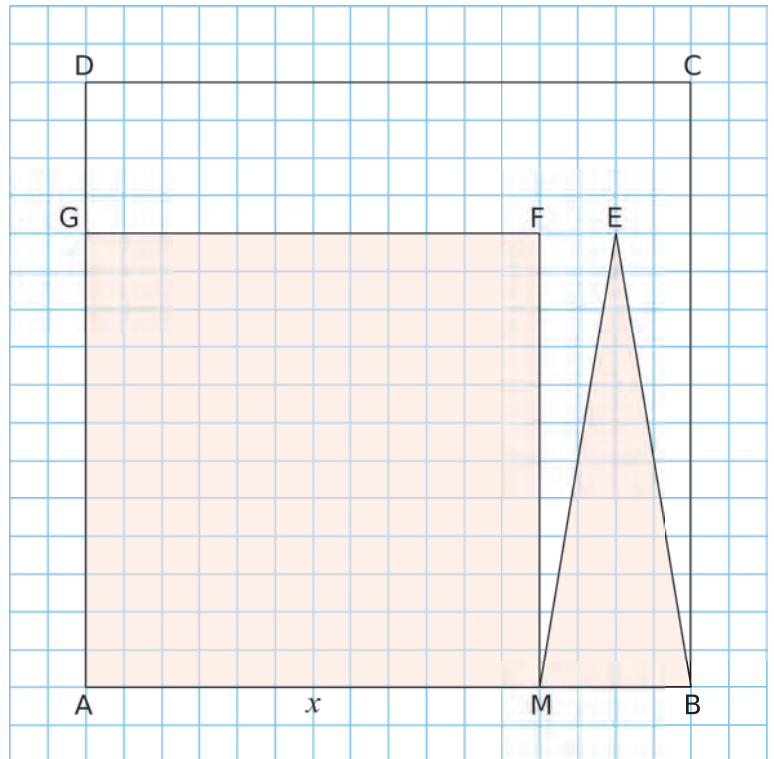
.....

.....





**Tableur** Le carré ABCD a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment [AB]. Dans le carré ABCD, on trace un carré de côté [AM], et un triangle isocèle de base [MB] dont la hauteur a la même mesure que le côté [AM] du carré.



**a.** Quelle est l'aire du carré ABCD ?  
.....

**b.** Sur la figure ci-contre,  $AM = 6$  cm.  
 • Quelle est l'aire du carré AMFG ?  
.....  
 • Quelle est l'aire du triangle BME ?  
.....

**c.** Pour  $AM = x$ , quelle est l'aire du carré AMFG ? Et celle du triangle BME ?  
.....  
.....

**d.** Dans une feuille de calcul, recopie le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$x$	1	2	3	4	5	6	7
2	Aire AMFG							
3	Aire BME							
4	Somme							

**e.** Programme les cellules pour qu'elles calculent les aires indiquées aux lignes 2 et 3, et la somme de ces deux aires à la ligne 4.

**f.** L'aire du carré est-elle toujours supérieure à l'aire du triangle ? Justifie.  
.....  
.....  
.....  
.....

**g.** On souhaite déterminer la valeur de  $x$ , pour laquelle l'aire du carré AMFG est supérieure à l'aire du triangle BME. À l'aide du tableau, donne un encadrement de cette valeur.  
.....  
.....

**h.** Affine cette valeur à l'aide du tableur et donnes-en un encadrement au centième.  
.....

**i.** La somme des deux aires est-elle toujours inférieure à la moitié de l'aire du carré ABCD ?  
.....  
.....  
.....

**j.** On souhaite déterminer la valeur de  $x$ , pour laquelle la somme des deux aires est inférieure à la moitié de celle du carré ABCD. À l'aide du tableau, donne un encadrement de cette valeur.  
.....  
.....

**k.** Affine cette valeur à l'aide du tableur et donnes-en un encadrement au centième.  
.....

**l.** Pour quelles valeurs entières de  $x$  ces deux conditions sont-elles réunies ?  
.....