G5 Espace

g5.re/urp

g5.re/qdq

g5.re/1qw

1 Pyramide

A Vocabulaire

Définitions

Une **pyramide** est un solide dans lequel :

- une des faces, appelée **base** de la pyramide, est un polygone ;
- les autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé **sommet** de la pyramide.

La **hauteur** d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.

Une **arête latérale** est un segment joignant un des sommets de la base au sommet de la pyramide.

Exemple :

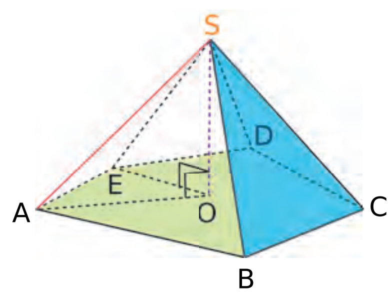
Le **sommet** de cette pyramide est le point S.

La **base** de cette pyramide est le pentagone ABCDE.

Les **faces latérales** sont les triangles : SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.

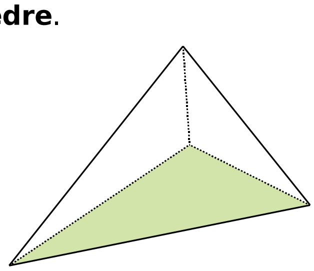
Les **arêtes latérales** sont les segments : [AS], [BS], [CS], [DS], [ES].

La **hauteur** de la pyramide est le segment [OS].

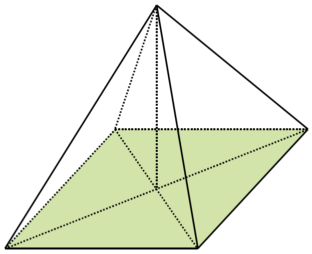


Remarques :

- Une pyramide à base triangulaire s'appelle un **tétraèdre**.



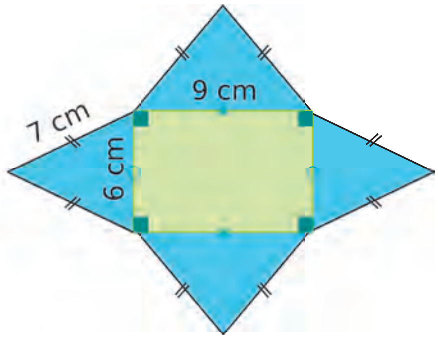
- Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un **polygone régulier** (par exemple, un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des **triangles isocèles superposables**. Sa **hauteur** passe par le centre de la base.



B Patron

Exemple : Voici le **patron** d'une pyramide.

▶ Sa **base** est un rectangle, de longueur 9 cm et de largeur 6 cm, et chaque arête latérale mesure 7 cm.



2 Cône de révolution

A Vocabulaire

Définitions

- Un **cône de révolution** est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.
- La **base** d'un cône de révolution est un disque.
- La **hauteur** d'un cône de révolution est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône. Il est perpendiculaire au disque de base.
- Une **génératrice** d'un cône de révolution est un segment qui joint le sommet du cône à un point du cercle de base.

Exemple :

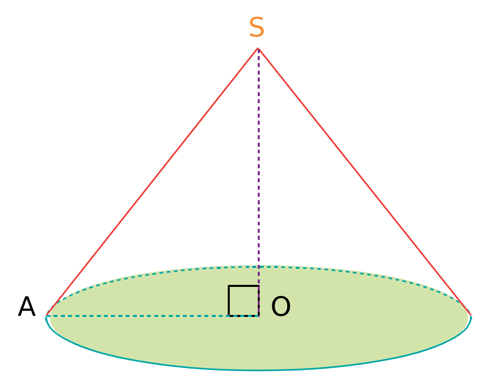
Le **sommet** du cône est le point S.

La **base** de ce cône est le disque de centre O : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.

La **hauteur** du cône est le segment [OS].

Le triangle AOS, rectangle en O, génère le cône en tournant autour de (OS).

Une **génératrice** du cône est [SA].



B Patron

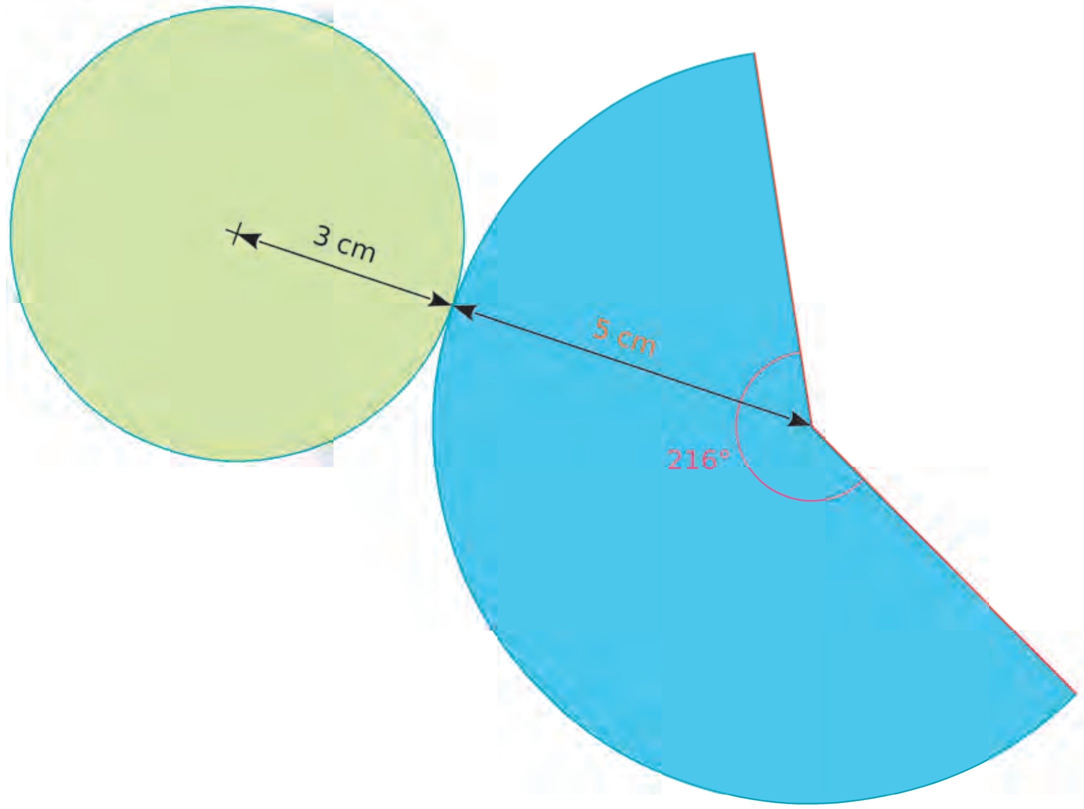
Exemple :

Voici le **patron** d'un cône de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

La longueur du secteur de disque de rayon 5 cm est égale au périmètre de la base, soit : 6π cm.

L'angle du secteur de disque est proportionnel à sa longueur.

Il a pour angle $\dfrac{360 \times 6\pi}{10\pi} = 36 \times 6 = 216°$.



3 Volume

Propriété

Le volume d'une **pyramide** ou d'un **cône de révolution** est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

Remarque :

Lorsque les longueurs sont exprimées en m, l'aire de la base est exprimée en m^2, et le volume de la pyramide en m^3.

Exemple 1 :

- On souhaite calculer le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un rectangle de dimensions 4 m et 4,20 m.

$\mathcal{A} = L \times l = 4 \times 4{,}2 = 16{,}8 \text{ m}^2$ ⟶ On calcule l'aire de la base : c'est un rectangle.

$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ ⟶ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$\mathcal{V} = \frac{16{,}8 \times 2{,}5}{3} = 14 \text{ m}^3$ ⟶ On remplace par les valeurs numériques.

Donc le volume de la pyramide est 14 m^3.

Exemple 2 :

- On souhaite calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi \times 9^2 = 81\pi \text{ cm}^2$ ⟶ On calcule l'aire de la base : c'est un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ ⟶ On écrit la formule du volume du cône.

$\mathcal{V} = \frac{81\pi \times 25}{3} = 27\pi \times 25 = 675\pi \text{ cm}^3$ ⟶ On remplace par les valeurs numériques et on termine le calcul.

Donc le volume exact du cône est 675π cm^3.
Une valeur approchée au cm^3 près est 2 120 cm^3.

4 Repérage

Propriété Tout point M de l'espace peut être repéré dans un **repère** grâce à ses trois **coordonnées**.

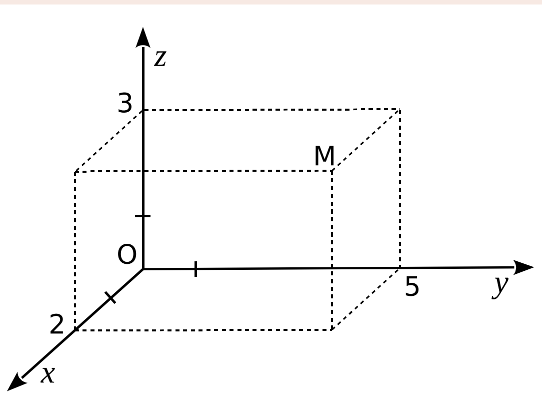
Définitions

- La première coordonnée, lue sur l'axe (Ox), est appelée l'**abscisse**.
- La deuxième coordonnée, lue sur l'axe (Oy), est appelée l'**ordonnée**.
- La troisième coordonnée, lue sur l'axe (Oz), est appelée la **cote** ou l'**altitude**.

Exemple :

- On construit le pavé droit de sommets O et M et dont les arêtes sont parallèles aux axes du repère.

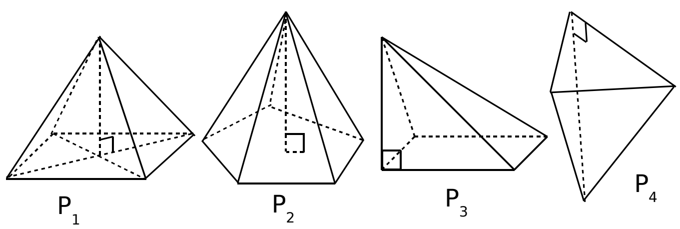
  Le point M a pour coordonnées (2 ; 5 ; 3).



1 *Pyramide*

a. Pour chaque pyramide, colorie...

- en bleu, son sommet ;
- en vert, ses arêtes latérales ;
- en rouge, sa hauteur ;
- en jaune, le polygone représentant sa base.



b. Complète alors le tableau.

Nom	P_1	P_2	P_3	P_4
Nb de côtés de la base				
Nombre de faces				
Nombre d'arêtes				
Nombre de sommets				

2 La base d'une pyramide a x côtés. Exprime, en fonction de x...

- son nombre de faces : ....
- son nombre de sommets : ....
- son nombre d'arêtes : ....

3 Un tétraèdre régulier est une pyramide dont les faces sont des triangles équilatéraux. Soit 54 cm la longueur totale des arêtes d'un tétraèdre régulier. Quelle est la longueur d'une arête ?

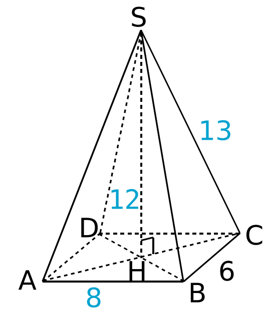
....

....

....

....

4 SABCD est une pyramide à base rectangulaire dont les faces latérales sont des triangles isocèles.



a. À l'aide du dessin, nomme...

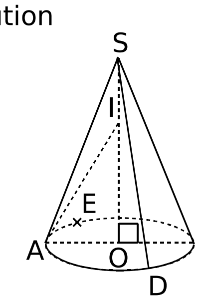
- son sommet : ....
- sa hauteur : ....
- sa base : ....
- ses arêtes latérales : ....
- ses faces latérales : ....

b. Déduis-en les longueurs suivantes.

AD	CD	SH	SA	SB	SD

5 *Cône de révolution*

a. En considérant le cône de révolution représenté ci-contre, nomme...



- son sommet : ....
- le centre de sa base : ....
- un diamètre de sa base : ....
- sa hauteur : ....
- trois génératrices : ....

b. Quelle est la nature du triangle SAD ?

....

....

c. Quelle est la nature du triangle SOD ?

....

....

d. Cite toutes les longueurs égales à OA.

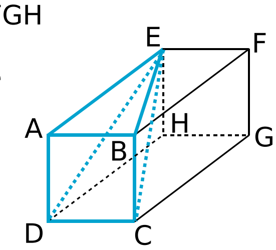
....

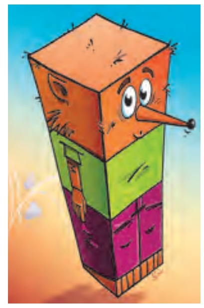
6 À main levée, dessine une représentation en perspective de chaque solide ci-dessous, puis complète la figure avec les indications données.

a. Un cône de révolution de sommet M, de hauteur PM = 6,7 cm a pour base un disque de diamètre RS = 5,2 cm.

b. Une pyramide de sommet K, de hauteur KL = 4 cm a pour base un carré WXYZ de côté 3 cm.

1 ABCDEFGH est un pavé droit tel que ABCD est un carré.





a. Quelle est la nature des faces de ce pavé droit ?

....

b. Déduis-en la nature des triangles EAD et EAB.

....

c. Quelle semble être la position des faces ABCD et ABFE ?

....

d. Déduis-en la nature du triangle EBC.

....

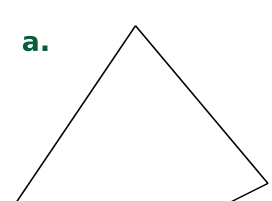
e. On a AB = 1,5 cm et AE = 2,7 cm. Représente, en vraie grandeur, les triangles AED, BEC et EDC.

2 Complète les dessins suivants pour obtenir...

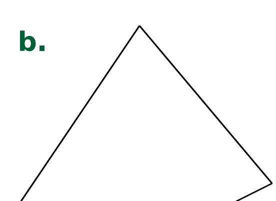
a. une pyramide à base triangulaire ;

b. une pyramide à base carrée.

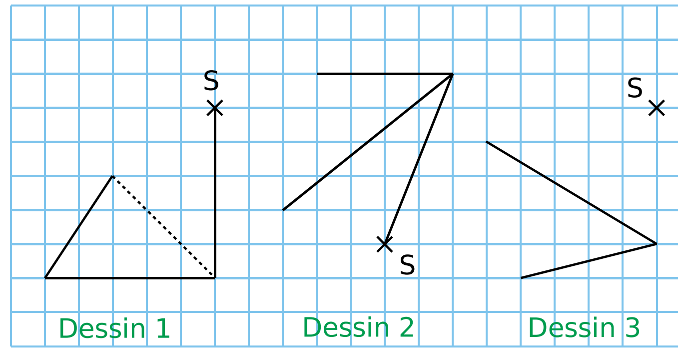
a.



b.

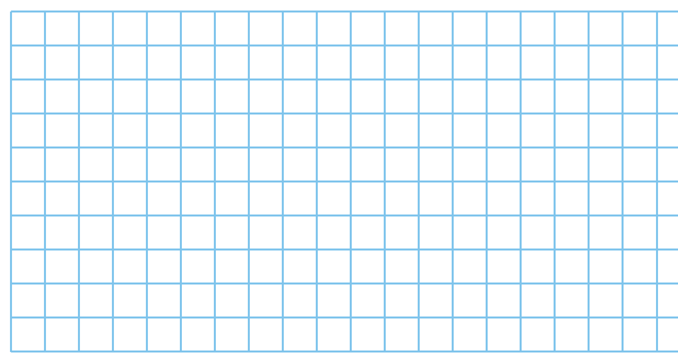


3 Complète les dessins ci-dessous pour obtenir des représentations, en perspective cavalière, d'une pyramide de sommet S à base triangulaire.



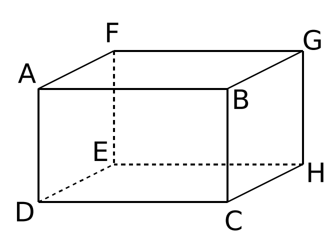
4 Représente, en perspective cavalière, un cône de révolution de hauteur 3,4 cm et dont le rayon de la base est 2 cm.

En perspective cavalière, la base d'un cône de révolution est représentée par ....



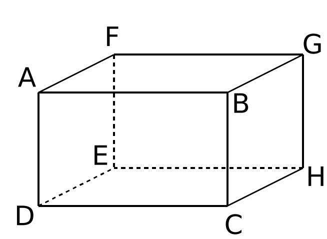
5 Dans chaque parallélépipède rectangle ci-dessous, trace la pyramide demandée. Puis dessine à droite sa représentation en perspective.

a.



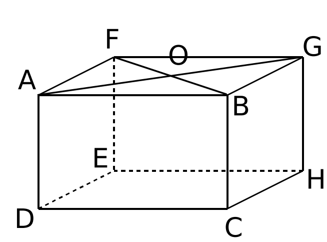
Pyramide ADCHE

b.



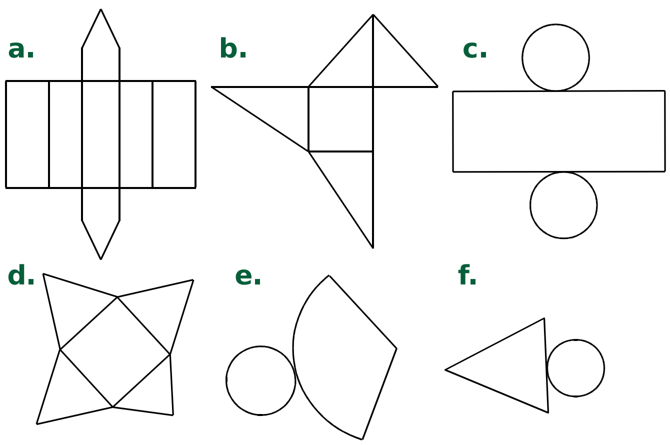
Pyramide BDCH

c.



Pyramide ODCHE

1 Parmi les figures ci-dessous, barre les patrons qui ne sont pas corrects.



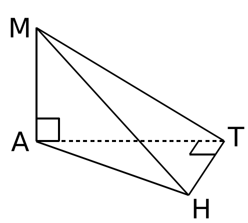
Associe ensuite les patrons restants aux noms des solides suivants : prisme droit, pyramide, cône de révolution et cylindre de révolution.

a. .... **d.** ....

b. .... **e.** ....

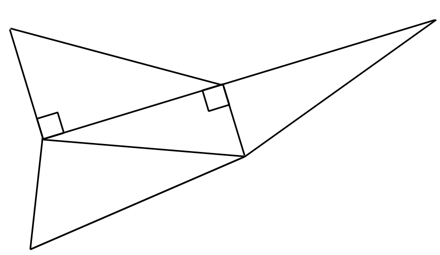
c. .... **f.** ....

2 MATH est une pyramide telle que MA = 3 cm ; AT = 4 cm et TH = 2 cm.



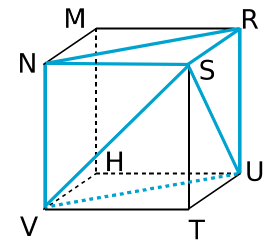
a. Reporte, sur la représentation en perspective cavalière ci-contre, les longueurs connues.

b. Sur le patron ci-dessous, écris le nom des sommets de chaque triangle, code les segments de même longueur, et indique les longueurs connues.



c. Reproduis en vraie grandeur le patron de MATH.

3 RSTUMNVH est un cube de côté 2 cm. On considère la pyramide SNRUV.



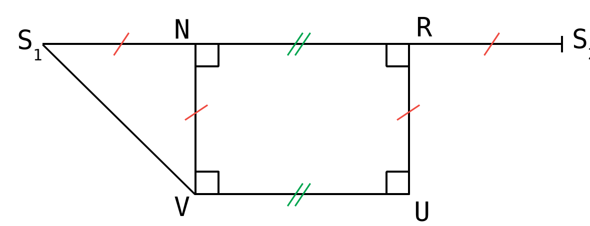
a. Nomme la base de cette pyramide, puis donne sa nature.

....

b. Quelle est la nature des faces latérales de cette pyramide ?

....

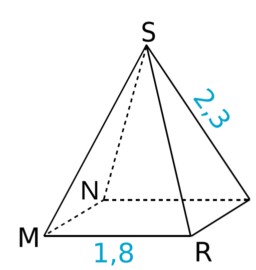
c. Termine le patron de la pyramide SNRUV, commencé ci-dessous.



4 *Pyramide à base carrée*

SMNPR est une pyramide régulière à base carrée. L'unité est le centimètre.

Trace ci-dessous le patron de cette pyramide.



1 On considère un cône de révolution de génératrice 2,5 cm et dont la base a pour rayon 1,5 cm.

a. Construis ci-dessous, à main levée, ce cône de révolution. Tu y indiqueras ses dimensions.

b. Calcule la hauteur de ce cône.

....

....

....

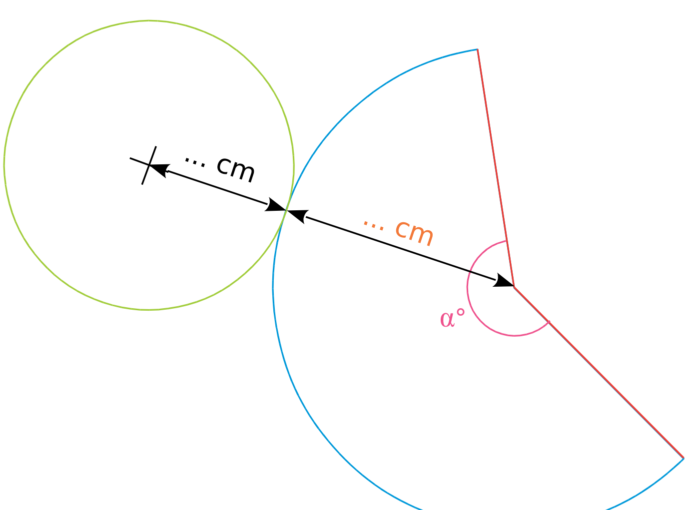
....

....

....

....

c. On souhaite construire un patron de ce cône. Le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, représente ce patron. Complète-le.



Afin de construire ce patron, nous allons déterminer la mesure de l'angle α.

d. Calcule le périmètre du cercle de base de ce cône.

....

....

....

....

e. Compare les longueurs de l'arc bleu et du cercle vert.

....

....

f. On admet que la mesure de l'angle est proportionnelle à la longueur de l'arc bleu. Complète le tableau de proportionnalité ci-dessous, puis détermine la mesure de l'angle α.

	Longueur	Mesure de l'angle
Grand cercle		360°
Arc de cercle		α

....

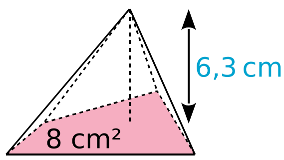
....

....

g. Construis, en vraie grandeur, le patron de ce cône de révolution.

1 Calcule le volume des pyramides suivantes.

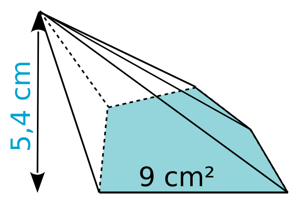
a.



$\mathcal{V} = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{3}$

$\mathcal{V} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ cm^3

b.



$\mathcal{V} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\mathcal{V} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ cm^3

2 On considère des pyramides dont la base a une aire de 56 mm².

a. Complète le tableau.

Hauteur de la pyramide	7 mm	9 cm	1,3 dm
Volume de la pyramide (en mm^3)			

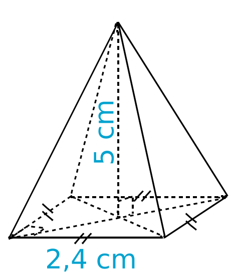
b. Que remarques-tu ?

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

3 Pour chaque pyramide, colorie la base, et repasse en couleur une hauteur. Puis complète les calculs pour déterminer le volume.

a.



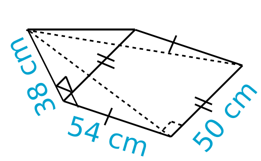
Aire de la base :

…… × …… = …… cm^2

Volume :

$\dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{3} = \ldots\ldots$ cm^3

b.



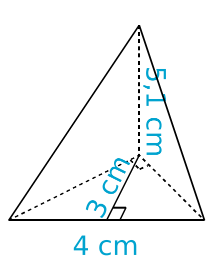
Aire de la base :

……………………………………

Volume :

……………………………………

c.



Aire de la base :

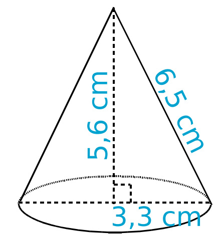
……………………………………

Volume :

……………………………………

4 Complète les calculs pour déterminer le volume exact de chaque cône de révolution.

a.



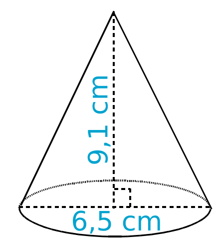
Aire de la base :

$\pi \times \ldots\ldots^2 = \ldots\ldots \times \pi$ cm^2

Volume du cône de révolution :

$\dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots \pi}{3} = \ldots\ldots$ cm^3

b.



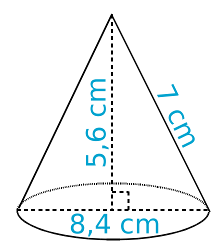
Aire de la base :

……………………………………

Volume du cône de révolution :

……………………………………

c.



Aire de la base :

……………………………………

Volume du cône de révolution :

……………………………………

5 Calcule le volume des solides suivants.

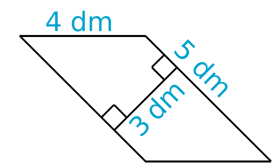
a. Une pyramide à base rectangulaire de longueur 4 cm, de largeur 2,5 cm et de hauteur 72 mm.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

b. Une pyramide de hauteur 0,8 m, ayant pour base le parallélogramme ci-contre.



……………………………………

……………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

c. Un cône de révolution de hauteur 6 cm et dont la base a pour diamètre 20 mm. Donne la valeur exacte, puis la valeur arrondie au mm^3.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

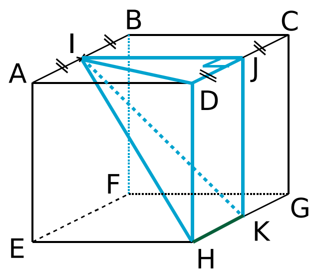
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

Fiche 6 : calculer des aires et des volumes (2)

1 *Volume de pyramides*

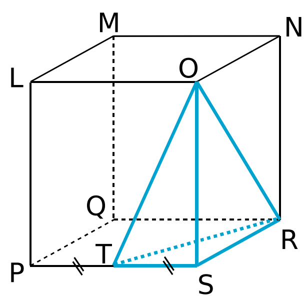
a.



ABCDEFGH est un cube de côté 8 cm.

Calcule le volume exact de IJDHK.

b.



LMNOPQRS est un pavé droit tel que : LM = 5 cm ; LO = 5,6 cm et LP = 8,6 cm.

Calcule le volume exact de la pyramide ORST.

2 *Volume de cône de révolution*

a. Calcule le volume d'un cône de révolution, généré en faisant tourner un triangle ABC, rectangle en A, autour de (AB).
On sait que AB = 13 cm et AC = 3 cm. Donne la valeur arrondie au cm^3.

<u>Schéma</u> :

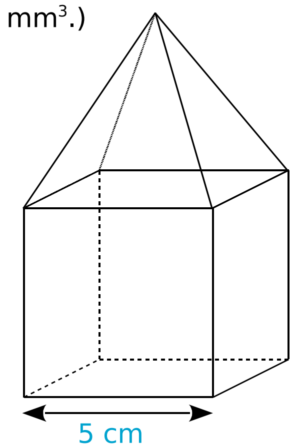
b. Quel est le volume du cône de révolution, généré en faisant tourner un triangle DEF, isocèle en D, autour de (DI) ? On sait que I est le milieu de [EF], EF = 14 cm et DI = 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm^3.

<u>Schéma</u> :

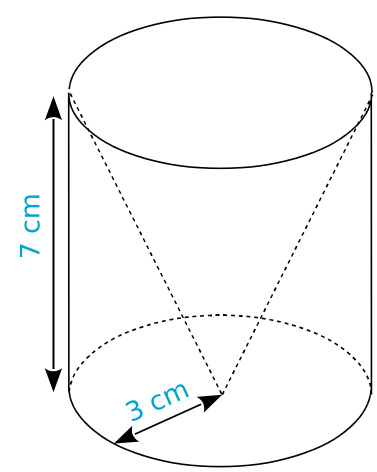
3 Calcule le volume des solides suivants.

(Tu donneras la valeur exacte, puis une valeur arrondie au mm^3.)

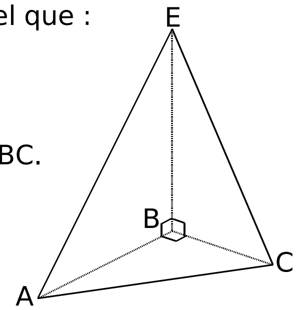
a. Un cube surmonté d'une pyramide de même hauteur.



b. Un cylindre contenant un cône de révolution.



1 EABC est un tétraèdre tel que :
AB = 3 cm ;
BC = 2 cm
et BE = 4 cm.



a. Calcule l'aire de la face ABC.

$\mathcal{A}_{ABC}$ = ...

....

b. Calcule le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre EABC, en prenant pour base la face ABC.

La hauteur est : ....

$\mathcal{V}$ = ...

c. Calcule le volume de ce tétraèdre de deux autres manières.

- en prenant comme base EBC :

$\mathcal{A}_{EBC}$ = ...

La hauteur est : ....

$\mathcal{V}$ = ...

- en prenant comme base EAB :

$\mathcal{A}_{EAB}$ = ...

La hauteur est : ....

$\mathcal{V}$ = ...

2 On considère des pyramides à base rectangulaire de longueur L, de largeur l et de hauteur h.
Complète le tableau et justifie tes réponses.

	L	l	h	Volume exact
a.	5 cm	5 cm		35 cm^3
b.		1 cm	4,5 cm	13,5 cm^3
c.	2 dm		6,5 dm	3 510 cm^3

a. ....

....

b. ....

....

....

c. ....

....

....

3 On considère des cônes de révolution de rayon r, de diamètre D et de hauteur h.
Complète le tableau et justifie tes réponses.

	r	D	h	Volume exact	Volume arrondi au millième
a.	5 cm			35π cm^3	
b.		3 cm	7 cm		
c.			2 cm	54π cm^3	

a. ....

....

....

b. ....

....

....

c. ....

....

....

4 Amandine et Basile disposent chacun d'un bloc de cire cubique d'arête 5 cm.

a. Calcule le volume du bloc de cire.

....

Pour chaque question suivante, tu réaliseras un schéma en perspective cavalière.

b. Amandine a un moule pour réaliser une bougie conique. Le diamètre de la base est 8 cm et la hauteur est 12 cm. Va-t-elle utiliser toute la cire ?

....

....

....

....

c. Basile veut réaliser une bougie pyramidale, dont la base est un carré de côté 5 cm. Quelle est la hauteur de son moule, sachant qu'il a utilisé toute la cire ?

....

....

....

....

1 Un cylindre a un volume de 51 cm³. Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

....

....

....

2 On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2 000 cm³. Quel était le volume de la pyramide de départ ?

....

....

....

3 Une figure a une aire de 124 cm². Après réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est 89,59 cm². Détermine le rapport de réduction.

....

....

....

....

4 Soit un cube d'arête 5 cm.

a. Quelle est, en cm², l'aire de sa surface totale (c'est-à-dire la surface composée par ses 6 faces) ?

....

....

....

b. Calcule le volume de ce cube, en cm³.

....

....

....

c. Un autre cube a une surface totale 16 fois plus grande. Quel est le volume de ce cube, en cm³ ?

....

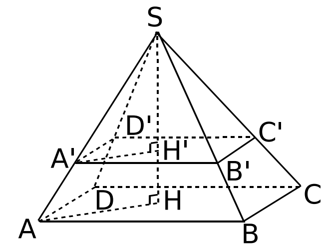
....

....

....

....

5 On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base, à 5 cm du sommet.
AB = 4,8 cm ;
BC = 4,2 cm
et SH = 8 cm.



a. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

....

....

....

b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donne le rapport de cette réduction.

....

....

c. Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

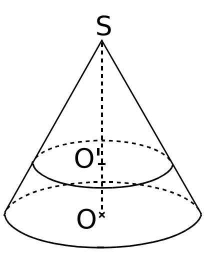
....

....

....

6 Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que SO = 10 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SO' = 7 cm.

La figure n'est pas à l'échelle.



a. Le rayon du disque de base du grand cône est de 3,2 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

....

....

....

b. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

....

....

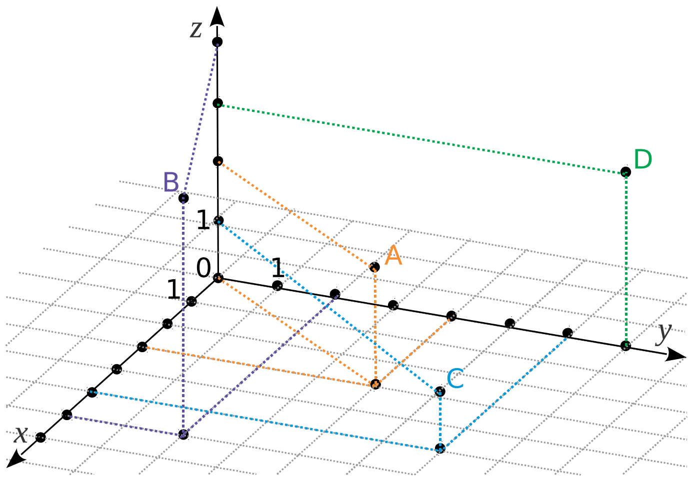
c. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donnes-en la valeur arrondie au cm³.

....

....

....

1 L'espace est muni d'un repère.



a. Quelle est l'abscisse du point A ? ....

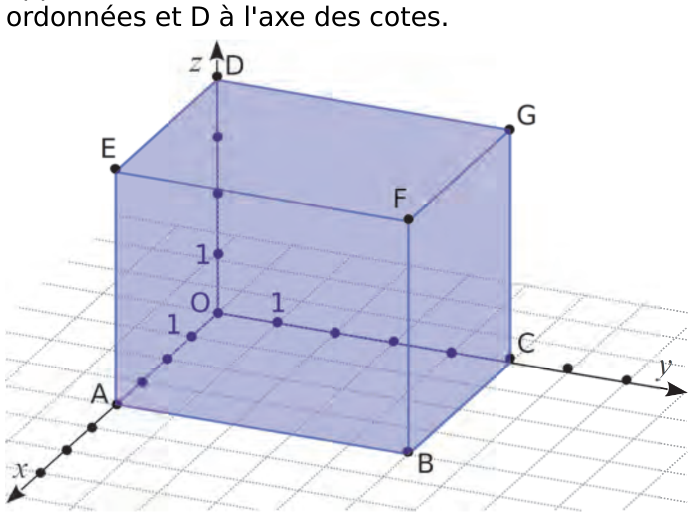
b. Quelle est l'ordonnée du point A ? ....

c. Quelle est la cote du point A ? ....

d. Détermine les coordonnées des points B, C et D.

....

2 OABCDEFG est un pavé droit. Le point A appartient à l'axe des abscisses, C à l'axe des ordonnées et D à l'axe des cotes.



a. Détermine les coordonnées des sommets de ce pavé droit.

....

....

....

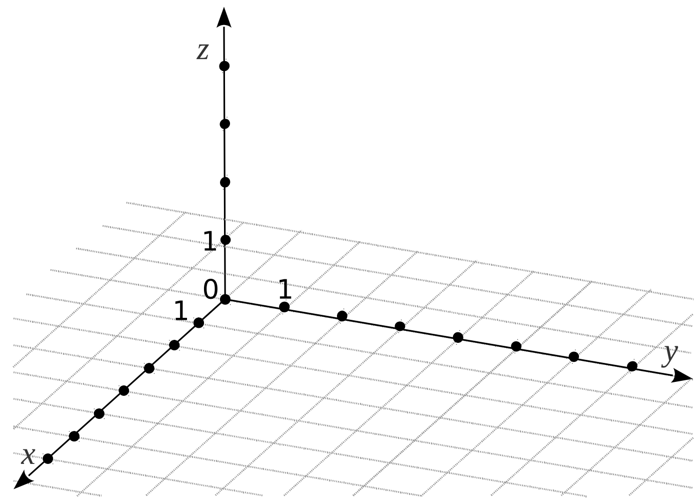
b. On suppose maintenant que F a pour coordonnées (x_F ; y_F ; z_F). Détermine les coordonnées des sommets du pavé droit OABCDEFG, en fonction des coordonnées de F.

....

....

....

3 Dans ce repère, place les points : A(0 ; 5 ; 0) ; B(4 ; 0 ; 1) ; C(7 ; 3 ; 2) ; D(2 ; 3 ; 4) et E(3 ; 5 ; 3).



4 Réponds par Vrai (V) ou Faux (F).

Un point dont les trois coordonnées sont égales est le sommet d'un cube dont l'origine du repère est le sommet opposé.	.....
Un point d'abscisse nulle appartient toujours à l'axe des abscisses.	.....
Un point d'abscisse nulle et de cote nulle appartient toujours à l'axe des ordonnées.	.....
Un point d'ordonnée nulle appartient toujours au plan (xOy).	.....
Deux points dont les coordonnées sont opposées sont symétriques par rapport à l'origine du repère.	.....

5 **Géométrie dynamique**

Dans la fenêtre *Graphique 3D*, affiche la grille.

a. Place les points suivants :
A(– 1, 3, 0) ; B(3, 1, – 2) ; C(1, – 1, – 4) ; D(1, 5, 2)

b. Construis E milieu de [AB], et F milieu de [CD]. Donne leurs coordonnées. Que remarques-tu ?

....

....

c. Construis G, milieu de [AD], et H, milieu de [BC]. Donne leurs coordonnées. Que dire alors du point E pour le segment [HG] ?
Vérifie ta conjecture à l'aide du logiciel.

....

....

....

Géométrie dynamique

SABC est une pyramide à base triangulaire telle que :
- AB = 4 cm et AC = 3 cm ;
- la base ABC est un triangle rectangle en A ;
- la hauteur [SA] de la pyramide est de 4 cm.

Le point M est le milieu de l'arête [SA].

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis cette pyramide.

Tu vérifieras progressivement, à l'aide du logiciel, les résultats des questions suivantes.

b. Calcule le volume de la pyramide.

....

....

....

....

c. Dessine en vraie grandeur les faces SAC et SAB.

d. Calcule les longueurs SB et SC.

....

....

....

....

....

....

e. Calcule la mesure des angles $\widehat{ASC}$ et $\widehat{ASB}$.

....

....

....

....

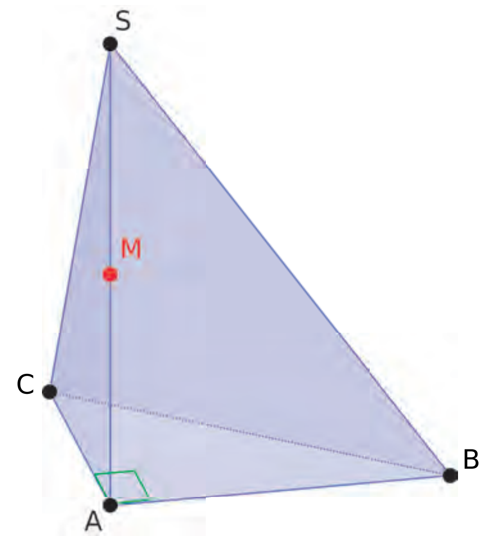
....

....

On considère la section de la pyramide par le plan parallèle à la base, et passant par le point M.

f. Construis cette section avec le logiciel. Nomme N le point d'intersection de cette section avec l'arête [SB], et P le point d'intersection de cette section avec l'arête [SC].

g. Dessine cette section sur la figure ci-dessous.



h. Calcule SN, MN, SP et MP.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

i. Calcule le volume de la pyramide SMNP et compare le résultat obtenu avec le volume de la pyramide initiale.

....

....

....

....