

N5 Puissances



g5.re/fhd



g5.re/a3x



g5.re/3xg

1 Puissances d'un nombre relatif

A Exposant positif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ et par convention : } a^0 = 1$$

a^n (lu « a puissance n ») est appelé **puissance n -ième** de a et n est l'**exposant**

Remarque : $a^1 = a$

Exemples :

- ▶ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- ▶ $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

B Règle de priorité

Propriété

En l'absence de parenthèses, le calcul de la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Exemple :

- ▶ $1 + 2 \times 3^3 = 1 + 2 \times 27 = 1 + 54 = 55$

2 Puissances de 10

A Définitions

Définition 1 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

Exemple :

- ▶ $10^5 = 100\,000$

Définition 2 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple :

- ▶ $10^{-6} = 0,000\,001$

B Vocabulaire

Définition

Ces préfixes désignent des multiples de puissances de 10 :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemples :

- ▶ 1 **Kilogramme** = 10^3 grammes, 1 **GigaOctet** = 10^9 octets et 1 **Nanomètre** = 10^{-9} m

C Calculs avec les puissances de 10

Propriétés Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemples :

- ▶ $A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\,000\,000$ et $B = \frac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$

3 Écriture scientifique

A Multiplier par une puissance de 10

Propriété 1

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs **vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- ▶ $208,641 \times 10^2 = 20\,864,1$

Propriété 2

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n rangs **vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- ▶ $37,1 \times 10^{-3} = 0,0371$

B Écriture scientifique

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a appelé **mantisse** du nombre est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples :

- ▶ Âge de la Terre : $4\,500\,000\,000$ ans = $4,5 \times 10^9$ ans
▶ Rayon d'un atome : $0,000\,000\,000\,529$ m = $5,29 \times 10^{-10}$ m
▶ Distance Terre-Soleil : $149\,600\,000\,000$ m = $1,496 \times 10^{11}$ m
▶ Distance Terre-Alpha du Centaure : $41\,800\,000\,000\,000$ km = $4,18 \times 10^{13}$ km

N5 Fiche 1 : utiliser la notion de puissance

1 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

- a. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = \dots\dots\dots$
- b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots\dots\dots$
- c. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = \dots\dots\dots$
- d. $2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5 = \dots\dots\dots$
- e. $\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

2 Écris chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs.

- a. $2^7 = \dots\dots\dots$
- b. $4^5 = \dots\dots\dots$
- c. $(-5)^4 = \dots\dots\dots$
- d. $(-1,2)^3 = \dots\dots\dots$
- e. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \dots\dots\dots$

3 Complète.

Puissance	Définition	Valeur
3^7		
9^2		
$(-2)^3$		
	$6 \times 6 \times 6 \times 6$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1)$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$	

4 Écris chaque nombre sous la forme 2^n .

32	128	1 024	32 768	65 536	1 048 576
2^{\dots}					

5 Complète avec l'exposant correspondant.

- a. $4\,096 = 4^{\dots}$
- b. $-216 = (-6)^{\dots}$
- c. $2\,401 = 7^{\dots}$
- d. $0,125 = 0,5^{\dots}$
- e. $1,61051 = 1,1^{\dots}$
- f. $10\,000\,000 = 10^{\dots}$

6 a. Complète en donnant l'écriture décimale.

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6

b. Observe le chiffre des unités des nombres précédents pour en déduire celui des puissances ci-dessous.

	3^{20}	3^{35}	3^{42}	3^{101}
Chiffre des unités				

7 Pour mener une expédition contre la termitière voisine, la reine des fourmis lève une armée.

Elle nomme un général qui choisit 5 colonels qui prennent chacun 5 capitaines qui prennent chacun 5 lieutenants qui prennent chacun 5 sergents qui choisissent chacun 25 soldats.



a. Montre que le nombre total de soldats est une puissance de 5.

b. Calcule l'effectif total de cette armée.

c. La reine des termites, elle, lève une armée dont l'effectif est une puissance de 10. Quel est l'exposant minimum de cette puissance pour que les termites soient plus nombreux que les fourmis ?

8 Le roi Belkib promet une récompense à qui lui offrirait une distraction qui lui plairait. Le sage Sissa lui proposa un jeu d'échecs. — Que souhaites-tu recevoir en échange ? lui demanda le roi.



Sissa répondit : — Offre-moi du riz : pose un grain sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite. Double la quantité de grains de riz à chaque case jusqu'à ce que tout l'échiquier soit rempli.

a. Combien de grains de riz la 4^e case contient-elle ? Tu exprimeras le résultat sous la forme d'une puissance, puis d'un nombre entier.

b. Même question pour la 25^e case.

c. À partir de quelle case le nombre de grains sur la case dépasse-t-il le milliard ?

1 Complète.

Puissance	Définition	Écriture décimale
10^7		
10^2		
	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	
		1 000 000
		100 000
10^3		

2 Complète.

Puissance	Définition	Écriture fractionnaire	Écriture décimale
10^{-3}	$\frac{1}{10^{\dots}}$	$\frac{1}{\dots}$	
10^{-2}			
	$\frac{1}{10^5}$		
			0,000 000 1
			0,1
		$\frac{1}{1\ 000\ 000}$	

3 Écris chaque nombre sous la forme 10^n .

- a. dix mille =
- b. un million =
- c. cent millions =
- d. un milliard =
- e. dix milliards =

4 Écris chaque nombre sous la forme 10^{-n} .

- a. un centième =
- b. un dix-millième =
- c. un millionième =
- d. un cent millionième =
- e. un milliardième =

5 Les mots de passe pour se connecter au réseau informatique du collège sont formés de sept chiffres. Combien existe-t-il de mots de passe différents ? Tu exprimeras la réponse sous la forme d'une puissance de 10, puis tu donneras une écriture décimale de ce nombre.



.....

.....

6 Encadre chaque nombre par deux puissances de 10, d'exposants entiers positifs consécutifs.

- a. < 15 <
- b. < 568 <
- c. < 47 390 <
- d. < 20 000 000 <

7 Encadre chaque nombre par deux puissances de 10, d'exposants entiers négatifs consécutifs.

- a. < 0,8 <
- b. < 0,033 <
- c. < 0,008 1 <
- d. < 0,000 007 <

8 Complète le tableau.

Puissance de 10	Préfixe	Symbole
	giga	
	méga	
	kilo	
	hecto	
	déca	
	déci	
	centi	
	milli	
	micro	
	nano	

9 Complète comme ci-dessous.

3 microlitres = 3×10^{-6} L

- a. 7 mégahertz = Hz
- b. 2 millisecondes = s
- c. 5 gigawatts = W
- d. 6 microvolts = V
- e. 8 nanomètres = m
- f. 4 décagrammes = g

1 Dans la grille ci-dessous, inscrls le nom d'unités du système métrique (par exemple : mètre, picomètre...). Certaines définitions correspondent à un ordre de grandeur de l'unité. (Tu pourras consulter le Web, une encyclopédie...)

- a. Plus grande distance Nord-Sud en France.
- b. 10^{-24} m.
- c. Taille d'une bactérie.
- d. Taille d'une puce.
- e. Taille d'une molécule d'eau.
- f. Longueur d'un bus.
- g. Taille d'un proton.



a.																			
b.																			
c.																			
d.																			
e.																			
f.																			
g.																			

Quel mot peut-on lire dans les cases colorées ?
Donnes-en une signification mathématique.

.....

.....

.....

.....

2 Exprime chacune des longueurs ci-dessous à l'aide d'une puissance de 10, puis classe-les dans l'ordre décroissant.

- a. 1 angström ;
- b. 1 milliardième de millimètre ;
- c. 1 centième de nanomètre ;
- d. 1 millième de micromètre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 En utilisant la définition des puissances, écris chaque expression sous la forme d'une seule puissance de 10 comme dans l'exemple.

$$10^2 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$$

- a. $10^5 \times 10^1 =$
- b. $10^2 \times 10^2 =$
- c. $10^3 \times 10^4 =$
- d. $10^2 \times 10^1 =$
- e. $10^1 \times 10^4 =$

4 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$10^3 \times 10^{-2} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^1$$

- a. $10^4 \times 10^{-1} =$
- b. $10^5 \times 10^{-3} =$
- c. $10^{-5} \times 10^3 =$
- d. $10^{-1} \times 10^{-2} =$
- e. $10^{-2} \times 10^{-3} =$

5 Décompose chaque nombre décimal avec les puissances de 10 comme dans l'exemple.

$$83,52 = 8 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

- a. 2,75 =
- b. 18,29 =
- c. 34 000 =
- d. 0,0096 =
- e. 1,014 =

6 Donne l'écriture décimale.

- a. $3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} =$
- b. $6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} =$
- c. $1 \times 10^4 + 2 \times 10^3 =$
- d. $8 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-5} =$
- e. $4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4} =$

1 Complète.

a	$a \times 10^1$	$a \times 10^2$	$a \times 10^3$
951			
43,26			
0,785			
0,04			

2 Complète.

a	$a \times 10^{-1}$	$a \times 10^{-2}$	$a \times 10^{-3}$
951			
43,26			
0,785			
0,04			

3 Relie les nombres égaux.

- | | | |
|---------------------------|---|----------|
| $271\ 800 \times 10^{-6}$ | • | 0,027 18 |
| $271,8 \times 10^{-2}$ | • | 0,271 8 |
| $2\ 718 \times 10^{-1}$ | • | 2,718 |
| $0,271\ 8 \times 10^{-1}$ | • | 27,18 |
| $2\ 718 \times 10^0$ | • | 271,8 |
| $0,271\ 8 \times 10^3$ | • | 2 718 |
| $0,002\ 718 \times 10^4$ | • | 27 180 |
| $0,027\ 18 \times 10^7$ | • | 271 800 |

4 Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

- a.** $0,006\ 05 \times 10^2 =$
- b.** $0,05 \times 10^4 =$
- c.** $1,35 \times 10^5 =$
- d.** $13,45 \times 10^{-3} =$
- e.** $2 \times 10^{-4} =$
- f.** $45\ 200 \times 10^{-5} =$

5 Complète.

- | | |
|--|---|
| a. $1,45 \times 10^{\dots} = 14\ 500$ | d. $8\ 500 \times 10^{\dots} = 85$ |
| b. $0,071 \times 10^{\dots} = 7,1$ | e. $63 \times 10^{\dots} = 0,063$ |
| c. $6,3 \times 10^{\dots} = 6\ 300$ | f. $45 \times 10^{\dots} = 0,0045$ |

6 Écris chaque nombre sous la forme d'un produit d'un entier, le plus petit possible, par une puissance de 10.

- a.** $346\ 000\ 000 =$
- b.** $704\ 000 =$
- c.** $0,000\ 127\ 29 =$
- d.** $0,000\ 000\ 01 =$
- e.** Dix-sept milliards =
- f.** Trente-deux millièmes =

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

- a.** $600,21 \times 10^4 =$
- b.** $87,29 \times 10^{-3} =$
- c.** $0,000\ 7 \times 10^2 =$
- d.** $0,12 \times 10^{-9} =$
- e.** $3,407 \times 10^{-1} =$

8 Écris chaque nombre sous la forme $a \times 10^p$, où a est un entier, le plus petit possible, et p un entier relatif.

$A = 3\ 000\ 000 \times 2\ 500\ 000\ 000$

$A = \dots \times 10^{\dots} \times \dots \times 10^{\dots}$

$A = \dots \times \dots \times 10^{\dots} \times 10^{\dots}$

$A = \dots \times 10^{\dots}$

$B = 0,000\ 000\ 8 \times 8\ 000\ 000\ 000$

$B =$

$B =$

$B =$

$C = 60\ 000\ 000 \times 0,000\ 000\ 000\ 007$

$C =$

$C =$

$C =$

$D = 0,000\ 000\ 000\ 4 \times 0,000\ 000\ 000\ 12$

$D =$

$D =$

$D =$



N5 Fiche 5 : utiliser la notation scientifique (2)

1 Colorie les cases qui contiennent des nombres écrits en notation scientifique.

56×10^{-5}	$0,56 \times 10^{-1}$	3×10^{-7}
$8,7 \times 10^{12}$	10×10^5	5,98
0,97	$1,32 \times 10^0$	$3,14 \times 10^4$
$13,4 \times 10^{10}$	$8,71 \times 10^{-15}$	$9,9 \times 10^1$

2 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. $6\,540 =$

b. $34,3 =$

c. $1\,475,2 =$

d. $23,45 =$

e. $0,003\,2 =$

f. $0,001 =$

3 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. $645,3 \times 10^{-15} =$

$=$

b. $0,056 \times 10^{17} =$

$=$

c. $13,6 \times 10^{-9} =$

$=$

d. $523 \times 10^7 =$

$=$

e. $34\,000 \times 10^{12} =$

$=$

4 Range ces unités dans l'ordre croissant de leur masse exprimée en unité de masse atomique (u).

a. $1 \text{ livre} = 273 \times 10^{24} \text{ u} =$

b. $1 \text{ kg} = 0,0602 \times 10^{28} \text{ u} =$

c. $1 \text{ kann} = 22,6 \times 10^{26} \text{ u} =$

d. $1 \text{ tael} = 2,28 \times 10^{25} \text{ u} =$

e. $1 \text{ mark} = 0,128 \times 10^{27} \text{ u} =$

.....

.....

5 On donne l'expression numérique :

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}.$$

a. Donne l'écriture décimale de A.

.....

.....

b. Donne l'écriture scientifique de A.

.....

.....

c. Écris A sous la forme du produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

.....

.....

d. Écris A sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

.....

.....

6 Calcule chaque expression et donne le résultat en notation scientifique.

$$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$$

A =

A =

A =

A =

$$B = 12 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-5}$$

B =

B =

B =

B =

$$C = 2,7 \times 10^{13} \times 15,1 \times 10^{-8}$$

C =

C =

C =

C =

1 Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
a. L'écriture scientifique de 65 100 000 est...	$6,51 \times 10^7$	651×10^5	$6,51 \times 10^{-7}$
b. Le nombre décimal 0,246 s'écrit aussi...	$2,46 \times 10^1$	$24,6 \times 10^1$	$2,46 \times 10^{-1}$
c. 28×10^{-3} est égal à...	0,280	0,028	28 000
d. Le nombre 50×10^{-3} s'écrit encore...	50^{-3}	- 5 000	0,05
e. L'écriture scientifique de 0,0035 est...	$3,5 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^3$	35×10^{-4}

2 Donne l'ordre de grandeur de chaque nombre, en cochant la case correspondante.

	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}	10^9	10^{10}	10^{11}	10^{12}
a. $12\ 003 \times 10^8$								
b. $2,5 \times 10^{11}$								
c. $3\ 681,7 \times 10^6$								
d. $8,98 \times 10^{-10}$								
e. $0,000\ 91 \times 10^{-7}$								

3 Encadre les nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs.

- a.** $< 3,5 \times 10^{17} <$
- b.** $< 2,5 \times 10^{-6} <$
- c.** $< 344,5 \times 10^{-16} <$
- d.** $< 0,004\ 5 \times 10^{15} <$

4 La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg. Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

a. Calcule la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.

.....

.....

b. Donne une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

.....

.....

5 Voici les distances (en km) qui séparent le soleil de trois planètes du système solaire :

- Vénus : 105×10^6
 Mars : $2\ 250 \times 10^5$
 Terre : $1,5 \times 10^8$

Parmi ces trois planètes, quelle est celle qui est la plus éloignée du soleil ? Justifie.



.....

.....

.....

.....

6 La lumière se propage à la vitesse moyenne d'environ 3×10^5 km par seconde.

a. Calcule la distance parcourue par la lumière en une année. Utilise la notation scientifique et arrondis le nombre décimal au dixième.

.....

.....

.....

.....

.....

C'est ce qu'on appelle une année-lumière (a.l.).

b. Des astronomes ont observé l'extinction d'une étoile et ils ont estimé que cet évènement s'est produit il y a environ 5 000 ans.

Calcule la distance, en kilomètres, séparant cette étoile de la Terre. Utilise la notation scientifique.

.....

.....

.....

.....