Banque Lettres et Sciences Economiques et Sociales

ÉNS Paris – Épreuve orale commune de mathématiques 2016

Igor Kortchemski, Matthieu Lerasle

Durée : 1 heure de préparation et 30 min de passage (dont au plus 10 minutes laissées au candidat).
Modalités : deux exercices indépendants à préparer.

Calculatrice interdite

1 Commentaires généraux

Le jury a été enthousiasmé par le niveau général des candidats : la moyenne des notes de cette année s'établit à 11.4 (contre 11.3 en 2015 et 10 en 2014 avec des critères de notation similaires). L'écart-type de cette année est en baisse à 4.3 et revient au niveau de celui de 2014 (contre plus de 4.9 l'année dernière), ce qui est peut-être une conséquence des planches en général un peu plus délicates que celles de l'année dernière.

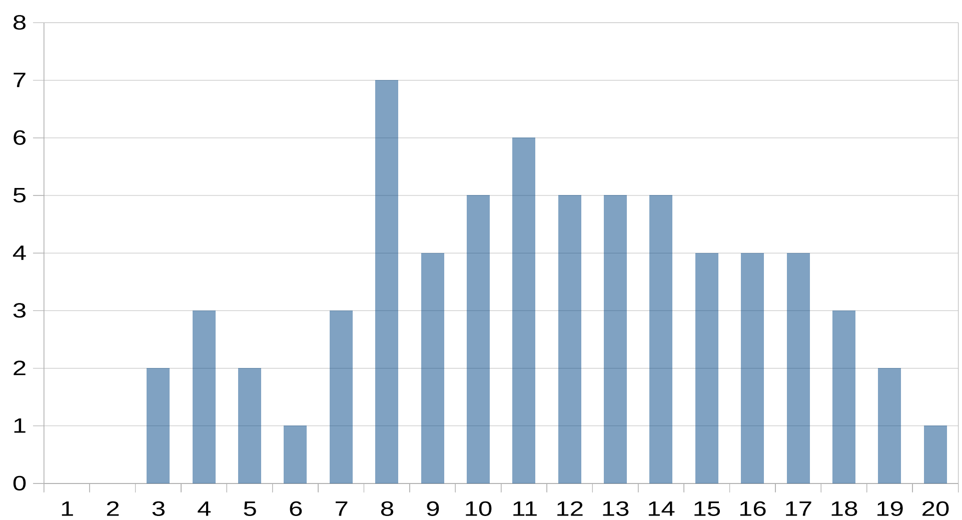

Figure 1 – Histogrammes des notes de l'oral.

La majorité des candidats connaissent relativement bien leur cours, parviennent à résoudre seuls des questions faciles, voire quelques questions plus difficiles avec des indications. Nous déplorons que 8 candidats ont obtenu des notes inférieures ou égales à 6/20 témoignant de grosses lacunes sur des notions élémentaires du programme, ce qui représente environ 9% des admissibles. Ce pourcentage est cependant en baisse (20% l'année dernière). Plusieurs excellents candidats ont impressionné le jury par leur maîtrise des mathématiques, leur intuition et leurs idées. Ainsi, 6 d'entre eux ont obtenu une note supérieure ou égale à 18. Nous tenons à féliciter les candidats ainsi que leurs professeurs pour le travail accompli, leurs efforts ont été récompensés.

Analyse des notes. Les notes de cette année correspondent essentiellement aux types de prestations orales suivantes :

- note $\leqslant 7$: le cours n'est pas bien maitrisé et plusieurs erreurs importantes sont commises
- note entre 8 et 12 : le cours est plutôt maitrisé et/ou les candidats accumulent quelques erreurs, arrivent à traiter plusieurs questions de la planche, mais ne tirent pas vraiment profit de la reprise.
- note entre 13 et 15 : le cours est globalement bien maîtrisé, les candidats ne commettent pas beaucoup d'erreurs et ont plutôt bien avancé dans les planches avec une aide conséquente du jury.
- note $\geqslant 16$: le cours est bien maîtrisé, et les candidats ont bien avancé de manière autonome dans les planches et réagissent bien aux indications du jury.

Parmi les 26 candidats sur liste principale d'admission, 12 ont eu au moins 15/20.

2 Déroulement de l'épreuve

Les candidats disposent d'abord d'une heure pour préparer leur passage à l'oral. Chaque planche est constituée de deux exercices totalement indépendants. Chaque couplage est construit dans un triple objectif d'équilibre : couverture thématique (analyse, algèbre, probabilités et statistiques), difficulté (deux exercices moyens, ou bien un exercice facile ou court couplé avec un plus difficile ou long) et originalité. Cette année, nous avons prêté une attention toute particulière à la progressivité des planches, qui contenaient toutes des questions faciles pour mettre en confiance les candidats, mais également des questions plus difficiles permettant aux meilleurs candidats de s'exprimer. Mentionnons que toutes les planches sont prêtes avant le début des épreuves, et sont distribuées selon un ordre aléatoire défini avant le début des oraux.

Lors du passage à l'oral, qui dure environ 30 minutes, le candidat dispose de dix minutes, **au maximum**, pour présenter ce qu'il a réussi à faire lors de sa préparation. Le reste du temps est dédié à une discussion avec le jury. Celui-ci revient d'abord sur ce qu'a écrit *et* dit le candidat afin de rectifier certaines erreurs ou corriger des maladresses. Ensuite, afin de tester les réactions et le recul, les examinateurs abordent les questions que le candidat n'a pas réussi à faire en donnant des indications. Dans le cas de très bons candidats, le jury n'hésite pas à poser des petites questions supplémentaires ne figurant pas dans la planche.

Dans l'ensemble, le déroulement de l'oral est très satisfaisant et permet au jury de bien évaluer les candidats en leur donnant l'opportunité de bien montrer tout ce qu'il savent faire dans les deux exercices proposés, voire davantage.

Présence du public. Comme tous les membres du jury du concours, nous sommes très attachés à la possibilité d'ouvrir au public les épreuves orales du concours. Néanmoins, les épreuves doivent se tenir dans le plus strict respect des candidats. Par conséquent, nous tenons à rappeler qu'il est formellement interdit au public de prendre des notes, ou de communiquer d'une façon ou d'une autre avec le candidat, le jury ou toute autre personne du public. Les appariteurs, dont nous soulignons encore le travail remarquable, vérifient les noms des personnes inscrites. Le public leur doit le même respect qu'aux membres du jury. Il est indispensable que le public respecte les consignes qu'ils leur donnent, que ce soit à l'entrée de la salle d'examen ou dans les couloirs. Enfin, le public, qu'il assiste à une épreuve ou qu'il reste dans les couloirs pendant une épreuve, doit respecter un silence total jusqu'à la sortie du candidat, s'abstenant là encore de communiquer avec ce candidat avant sa sortie des couloirs.

3 Conseils aux candidats

Certains candidats pourraient toutefois améliorer leur prestation en faisant attention aux points suivants :

- il ne faut pas utiliser les dix minutes coûte que coûte lors de la première phase de l'oral. Comme explicitement marqué sur l'énoncé, il est conseillé de ne pas trop entrer dans les détails de calculs. Il est toujours judicieux de présenter de manière concise les étapes importantes du raisonnement. En cas de doute, le jury reviendra sur les détails lors de la reprise. Certains candidats ont eu du mal à trouver le bon équilibre, détaillant parfois excessivement des calculs simples ou passant sous silence des points clés. D'autres, n'ayant traité que peu de questions en préparation, ont fait traîner en longueur la présentation pour remplir les dix minutes, ce qui n'a pu que les desservir. À l'inverse, les candidats ne doivent en aucun cas prendre plus de dix minutes pour l'exposé dans leur intérêt même, car ils réduisent inutilement leurs opportunités de profiter de l'interaction avec le jury pour avancer dans les exercices. Le cas échéant, le jury est amené à interrompre l'exposé. Même si un candidat a beaucoup de choses à présenter, il est nécéssaire qu'il fasse un choix dans les détails qu'il donne (le jury lui demandera éventuellement des précisions).

  Nous insistons sur le fait que la prestation orale est notée sur sa totalité. Ainsi, une présentation courte n'est pas du tout pénalisée en soi, et elle laisse simplement plus de temps au candidat pour améliorer sa note lors de la reprise. Celle-ci est très importante pour la détermination de la note : un candidat ayant bloqué sur des questions pourra obtenir une très bonne note s'il réussit à bien exploiter les indications données par le jury et montre une bonne maîtrise des notions essentielles du programme sans dire ou écrire des assertions fausses.
- Une bonne gestion du tableau est primordiale pour un bon déroulement de l'oral, et le jury ne souhaite pas que le candidat efface le tableau pendant la première phase d'oral. Ainsi, il faut éviter de commencer par écrire en plein milieu du tableau la réponse à la première question, puis demander au jury s'il est possible d'effacer. Il faut cependant mentionner que la majorité des candidats sont bien entraînés à cet exercice délicat, et arrivent à bien gérer le tableau.
- Les questions des exercices étant en général posées dans un ordre de difficulté croissant,

nous conseillons aux candidats de bien se concentrer sur les premières questions avant d'aborder les suivantes.

- Le jury cherche à évaluer le plus justement les candidats et n'essaiera jamais de les « piéger ». En général, lorsque le candidat est laissé sans indication en silence, c'est que le jury estime qu'il est sur une bonne piste. Il est donc inutile, voire contre-productif, pour le candidat de s'arrêter, se retourner et chercher l'acquiescement du jury à chaque étape du raisonnement. Nous encourageons les candidats à écrire au tableau, surtout les indications données à la reprise. Les formules mathématiques énoncées oralement peuvent être ambivalentes et la simple écriture au tableau permet par exemple au jury de rectifier une erreur d'interprétation du candidat.
- Lors de la reprise, nous conseillons aux candidats de ne pas être collés à leurs feuilles de brouillon pour tenter d'y dénicher les réponses aux questions du jury. Généralement le jury aura fait en sorte que tous les éléments nécessaires soient présents au tableau.
- Nous invitons les candidats à se méfier des « demi-souvenirs » qui peuvent amener à énoncer des énormités. L'emploi de notions non maîtrisées hors-programme (comme l'invocation de la stricte convexité pour montrer que $e^x \geqslant 1 + x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$) sont lourdement sanctionnées.
- Nous encourageons les candidats à se méfier de l'impression qu'ils ont de leur prestation, qui ne reflète probablement pas leur note. Ainsi, quelle que soit sa préparation, un candidat ne doit jamais se démobiliser en croyant avoir raté son oral, alors que les attentes du jury ne sont pas exactement les mêmes sur tous les exercices.

4 Erreurs les plus fréquentes

Nous signalons ici quelques erreurs commises par plusieurs candidats dans différentes planches.

- la divergence absolue d'une série n'implique pas sa divergence ;
- les notions de convergence d'une intégrale d'une fonction de signe non constant ou d'une espérance d'une variable aléatoire à densité de signe non constant, liées à la notion d'absolue convergence, sont mal maitrisées par les candidats. Le raisonnements commençant par « sous réserve de convergence » sont périlleux et les candidats concluent souvent que $\int_{-1}^{1} \frac{dt}{t^3} = 0$;
- une somme de variables aléatoires de Bernoulli ne suit pas toujours une loi binomiale.

5 Commentaires planche par planche

Une même planche a été donnée à trois ou quatre candidats (quatre la plupart du temps) consécutifs.

Planche 1. Le premier exercice était un exercice d'algèbre linéaire sur les matrices nilpotentes. Il permettait d'évaluer les candidats sur les notions de familles libres et liées ainsi que sur la théorie de la dimension. Les questions (1) et (2) n'ont pas posé de problème, la question (3) a été principalement abordée à la reprise, mais 2 candidats sur 3 ont connu de grandes difficultés sur cette question. Celles-ci étaient souvent dues à une confusion entre les espaces $M_n(\mathbb{R})$ et $\mathbb{R}^n$.

Le second exercice était beaucoup plus original et proposait de montrer la propriété de concentration sous-gaussienne de l'estimateur de la « médiane des moyennes ». L'exercice était très peu technique mais demandait d'intégrer un grand nombre de notations et de concepts auxquels les candidats ne sont pas habitués. Ceux-ci se sont principalement concentrés sur les questions (1) et (2), seul un candidat ayant réalisé un très bon oral a avancé sur les questions plus difficiles, principalement à la reprise.

Planche 2. Le premier exercice introduisait le concept d'entropie en probabilité. Il commençait par une preuve « à la main » de l'inégalité de Jensen pour la fonction ln et devait mener les candidats à vérifier qu'une densité exponentielle optimisait la fonctionnelle entropie parmi les lois sur $[0,1]$ d'espérance 1. L'interrogation s'est essentiellement limitée aux questions (1) et (2a) d'analyse, les autres questions ayant seulement été survolées à la reprise. La question (3) a toutefois été bien traitée par un candidat ayant réalisé une bonne prestation.

Le deuxième exercice donnait une application des fonctions génératrices et de la théorie des polynômes en probabilité. Il s'agissait de démontrer qu'on ne peut pas truquer deux dés indépendants de façon à ce que la somme des scores suive la loi uniforme sur $\{2,\dots,12\}$. La plupart des candidats avaient traité les 4 premières questions dès la préparation, mais aucun n'a su conclure. Nous avons seulement eu besoin de lever quelques confusions sur les limites en $+\infty$ et $-\infty$ pour les polynômes de degré impair lors de la reprise, celles-ci dépendant du signe du coefficient dominant.

Planche 3. La planche commençait par un très court exercice d'analyse, permettant néanmoins d'interroger les candidats sur les croissances comparées, le calcul intégral et la notion de limite. La première question a été réussie par tous les candidats, éventuellement avec notre aide à la reprise. La seconde question n'a été abordée sérieusement qu'à la reprise avec de très fortes indications.

Le second exercice mêlait probabilités et algèbre linéaire. Il s'agissait d'abord d'évaluer la matrice de covariance d'un vecteur de variables aléatoires, puis d'étudier cette matrice en remarquant que c'était un projecteur. Plusieurs candidats ont été perturbés dès la première question car la variable aléatoire considérée était définie à partir d'une variable auxiliaire, mais tous ont largement profité de la reprise pour corriger ces erreurs. Une candidate a résolu les 6 premières question avec seulement un peu d'aide sur la 6ème et a ainsi réalisé une excellente prestation.

Planche 4. Le premier exercice était un exercice assez classique utilisant la formule de Bayes. Il aboutissait in fine au calcul de l'estimateur du maximum de vraisemblance pour estimer le paramètre d'une variable de Bernoulli. Les candidats se sont montrés assez à l'aise avec les questions élémentaires du début de l'exercice, mais ont vite été en difficulté dès que les calculs se sont complexifiés à partir de la 2ème partie de la 2ème question.

Le second exercice était un exercice plus original et abstrait, qui visait à résoudre une inéquation fonctionnelle sous une hypothèse de régularité. Les 2 premières questions ont été traitées par les candidats, éventuellement à la reprise. Les interrogations se sont ensuite focalisées sur la 3ème question qui demandait d'imbriquer plusieurs développements limités.

Planche 5. Le premier exercice d'analyse réelle consistait à démontrer que les fonctions continues f telles que $f(x+y) = f(x) + f(y)$ sont dérivables puis linéaires en introduisant une de leur primitive. Cet exercice a été bien réussi par les candidats qui ont dans l'ensemble su aboutir au résultat, éventuellement avec l'aide du jury. Aucun n'a cependant su utiliser la 1ère question pour démontrer le « théorème fondamental de l'intégration » énoncé dans la deuxième question.

Le second exercice consistait à étudier le nombre de triangles dans un graphe de Erdös-Renyi avec les méthodes du premier et second moments. Il s'agissait de compter, parmi n points, le nombre de façons de choisir un triangle ainsi que le nombre de façons de choisir deux triangles partageant une arête, pour en déduire quelques propriétés sur le graphe aléatoire. L'exercice était bien guidé, ce qui a permis aux candidats d'aborder un grand nombre de questions. L'un d'entre eux, particulièrement à l'aise, a même quasiment traité l'ensemble de la planche, en sachant très bien rebondir sur nos indications.

Planche 6. Le but du premier exercice était d'étudier l'éventuelle indépendance des valeurs propres d'une matrice symétrique aléatoire (dans le cas 2×2). Il a d'abord permis de vérifier que les candidats pouvaient trouver les valeurs propres d'une matrice 2×2 à paramètres, ce que la plupart ont su faire. Les candidats ayant réalisé les meilleures prestations ont ensuite su mobiliser leur capacité d'abstraction pour concilier algèbre linéraire et probabilités.

Le deuxième exercice s'intéressait aux lois Beta. La première partie faisait intervenir des calculs d'intégrales avec des intégrations par parties et une récurrence. La deuxième partie, plus originale, contrôlait l'erreur commise au sens L^1 entre $f(X)$ et $\mathbb{E}\left(f(X)\right)$ (pour une fonction lipschitienne f et une variable aléatoire X de loi Beta). Les candidats ont généralement su faire les premiers calculs, et les reprises ont porté sur les deux dernières questions.

Planche 7. Le premier exercice assez court, mais avec une première question délicate à rédiger, était à l'intersection des probabilités finies et des calculs asymptotiques en analyse. La plupart des candidats ont bien abordé les question (2) et (3) avec l'aide du jury en conjecturant correctement le résultat. Cependant, à l'exception d'un candidat, ils ont eu des difficultés à utiliser la formule des probabilités totales pour la première question.

Le deuxième exercice d'algèbre linéaire portait sur des matrices rectangulaires. La manipulation de ces matrices rectangulaires, pas nécessairement carrées, s'est révelée délicate pour la plupart des candidats. Les cinq premières ne demandaient que des connaissances très élémentaires sur le calcul matriciel et le théorème du rang. La question (6) a été partiellement abordée à la reprise.

Planche 8. Le premier exercice concernait des calculs de probabilités finies lors d'expériences aléatoires avec dépendences et a permis de vérifier que les candidats savaient manipuler des suites arithmético-géométriques. Cet exercice a été bien traité, parfois avec un peu d'aide à la reprise.

Le second exercice visait à trouver l'estimateur du maximum de vraisemblance pour des observations de lois gaussiennes. L'exercice a été bien abordé par les candidats, qui ont su résoudre les cinq premières questions. Dans le meilleur des cas, les candidats ont pensé à exclure le cas $s < 0$ à la deuxième question. Cependant, même en étant guidés, ils n'ont pas su conclure le raisonnement de la dernière question, assez subtile.

Planche 9. La planche commençait par un exercice d'analyse utilisant des comparaisons série-intégrale, qui comportait plusieurs pièges faisant intervenir les signes des paramètres. Les deux premières questions ont été bien traitées avec quelques indications, et la dernière question n'a été abordée sérieusement qu'avec une seule très bonne candidate.

Le deuxième exercice utilisait les relations de Viète pour résoudre un problème d'arithmétique (posé aux Olympiades Internationales de Mathématiques en 1988 sans indications). Les premières questions, volontairement faciles notamment sur les relations entre les coefficients d'un polynome et ses racines, ont été bien traitées par les candidats. Les deux dernières questions n'ont été abordées qu'avec un seul candidat.

Planche 10. Le but du premier exercice était d'étudier le comportement asymptotique d'une suite définie implicitement comme solution d'une équation. Il a permis d'aborder les notions de dérivabilité, de continuité, de monotonie, ainsi que les équivalents. Cet exercice a été plutot bien traité par les candidats, parfois avec un peu d'aide. La plupart ont pensé dès la préparation à calculer $f_{n+1}(u_n)$ à la question (3).

Le second exercice concernait l'étude de sous-ensembles d'un ensemble à n éléments choisis uniformément au hasard. Cet exercice a mis globalement les candidats en grande difficulté dès la deuxième question, car l'espace de probabilités considéré n'était jamais clairement posé, ce qui a conduit les candidats à raisonner « avec les mains ». Les candidats ont toutefois plutôt bien saisi l'intuition sous-jacente et ont pu rebondir à la reprise avec notre aide constante.

Planche 11. Le premier exercice, assez court compte tenu du long exercice 2, concernait des manipulations de noyaux et images en algèbre linéaire. Il s'agissait de bien faire attention à démontrer les différentes implications séparément et à démontrer des doubles inclusions. Cet exercice a été plutôt bien réussi par les candidats, mais l'implication directe de la question (2), un peu plus délicate, a nécessité quelques indications.

Le second exercice mélangeait analyse et probabilités avec des variables aléatoires à densité. Si les questions (4), (5) et (6), plus faciles, ont été bien traitées, les autres questions ont posé de grandes difficultés aux candidats à cause de multiples confusions (confusion entre majorant et supremum, erreurs de calcul, conditions d'appplication du théorème de transfert). Les deux premières questions ont généralement pu être traitées grâce à nos indications.

Planche 12. Les candidats ont, dans l'ensemble, eu des difficultés sur cette planche à multiples paramètres. Lors d'un excellent oral, une candidate a cependant réussi à résoudre l'intégralité de la planche avec quelques indications à la reprise.

Le premier exercice, assez original, visait à construire un estimateur à partir d'une suite d'intervalles de confiances. La première question d'application du cours a permis de tester l'aisance des candidats sur les suites géométriques. Les deux questions suivantes ont parfois été abordées à la reprise.

Le deuxième exercice mêlait polynômes et diagonalisabilité. La première partie de l'exercice visait à démontrer qu'un polynôme ne peut pas être divisible par son polynôme dérivé lorsqu'il est scindé à racines simples. Quelques candidats ont bloqué dès la première question, mais ont finalement traité cette partie avec des indications. La dernière partie n'a été abordée sérieusement que par la candidate mentionnée ci-dessus.

Planche 13. Le premier exercice commençait par l'étude d'une suite arithmético-géométrique, et se poursuivait avec l'étude d'un équivalent d'une autre suite définie par récurrence. Cet exercice a posé des difficultés aux candidats qui n'ont majoritairement pas reconnu une suite arithmético-géométrique et qui n'ont pas compris que r ne devait pas dépendre de k à la question (2). Les trois dernières questions n'ont pas été abordées, sauf par une excellente candidate.

Le deuxième exercice, d'algèbre linéaire générale faisant intervenir les projecteurs, était assez abstrait, mais bien guidé. Les candidats ont généralement su faire la première question, mais n'ont pas abordé la suite, faute de temps (sauf une excellente candidate qui a résolu tout l'exercice avec une petite indication).

Planche 14. Le premier exercice concernait l'étude d'une série à paramètres et débutait par des comparaisons série-intégrale. Si les deux premières questions ont été bien réussies, les suivantes ont souvent mis en difficulté les candidats qui ont effectué deux passages à la limite simultanés. Toutefois, pour la question (2), on peut regretter que l'ensemble des candidats préfèrent invoquer le critère du cours sur les séries de Riemann plutôt que de s'appuyer sur la question (1) pour redémontrer ce résultat. Par ailleurs, invoquer des résultats plus profonds tels que le critère de Cauchy sans savoir le rédémontrer et sans maîtriser les concepts de base n'est jamais apprécié. Enfin, le fait que le terme général d'une série convergente tend vers 0 n'était pas forcément un réflexe, et le découpage de séries en somme de deux séries a posé des difficultés.

Le deuxième exercice, plus original, s'intéressait à des marches aléatoires positives itérées. Les deux premières questions ont été plutôt bien traitées, mais une seule candidate a vu que $S_k = k$ implique que $S_i = i$ pour tout $i \leqslant k$. La troisième question, qui nécessitait d'avoir bien compris ce qui se passait à l'aide de figures par exemple, n'a pas été abordée.

Planche 15. Le premier exercice était une variation autour de la méthode de Newton et combinait des thèmes d'intégration et de suites numériques. L'exercice, quoique très abstrait, a été abordé par tous les candidats de façon sérieuse. La dernière question, volontairement floue, a été l'occasion d'entamer des discussions très intéressantes avec 2 candidats.

Le deuxième exercice de probabilités discrètes était plus court mais plus original, et combinait diverses variables aléatoires de Bernoulli et de lois binomiales. Il nécessitait des raisonnements plus délicats, mais les candidats ont su obtenir quelques pistes intéressantes. Nous nous sommes principalement concentrés sur la 2ème question lors de la reprise, la première étant généralement bien comprise et les dernières étant plus subtiles.

Un candidat époustouflant a traité la totalité de la planche, résolvant même au passage une question que nous réservions en bonus. Il a en outre su répondre rapidement et de manière pertinente à la question additionnelle suivante : considérons une particule se promenant sur $\mathbb{Z}$ en partant de 0, faisant des sauts $+1$ ou -1 avec probabilité $1/2$ à chaque fois ; que dire de la position de la particule après n sauts ?

Planche 16. Le premier exercice s'intéressait à une suite dont le terme général se calculait par récurrence en utilisant des fonctions trigonométriques. La plupart des candidats n'ont abordé que les deux premières questions à la préparation, mais la suite a pu être traitée à la reprise.

Le deuxième exercice, plus original et abstrait, étudiait un endomorphisme de $\mathbb{R}[X]$ obtenu en effectuant diverses dérivations. Les candidats ont surtout abordé les trois premières questions d'application immédiate des définitions. Seul un candidat ayant réalisé une très bonne prestation a abordé les questions plus abstraites, utilisant à bon escient des raisonnements sur les degrés et entrevoyant même la solution de la question 5 à la fin de la planche.

Planche 17. Le premier exercice visait à démontrer une inégalité de Khintchine qui encadre la valeur absolue d'une somme de variables aléatoires indépendantes en utilisant des nombres complexes. Il a permis d'abord de vérifier si les concepts de base en analyse, nombres complexes et en probabilités étaient acquis, ce qui n'était malheureusement pas le cas pour la moitié des candidats. La question (4) a été résolue par un candidat ayant réalisé un bon oral et les questions (5) et (6) n'ont pas été abordées.

Le deuxième exercice, d'algèbre linéaire en dimension finie, s'intéressait à la dimension d'une intersection finie d'hyperplans. Il a permis d'abord de vérifier si les concepts de base en algèbre linéaire étaient acquis, ce qui n'était malheureusement pas le cas pour la moitié des candidats. Les deux dernières questions n'ont pas été sérieusement abordées.

Planche 18. Les candidats ont bien traité cette planche. Le premier exercice d'algèbre linéaire sur les projecteurs, court mais comportant quelques questions délicates, a été bien apprécié par les candidats. Trois candidats ont réussi dès la préparation la question (1b) et un excellent candidat a réussi la question (2) dès la préparation.

Le deuxième exercice mêlant développements limités, probabilités et séries a pu être résolu à la reprise avec quelques indications. La plupart des candidats n'ont pas pensé à faire un développement limité à l'ordre 2 de $\ln(1+x)$ à la question (2). Un excellent candidat a répondu instantanément à la question qualitative suivante : pourquoi T_n est-il d'ordre $2n$? Une discussion intéressante concernant le cas $a = 1/2$ a également eu lieu.